

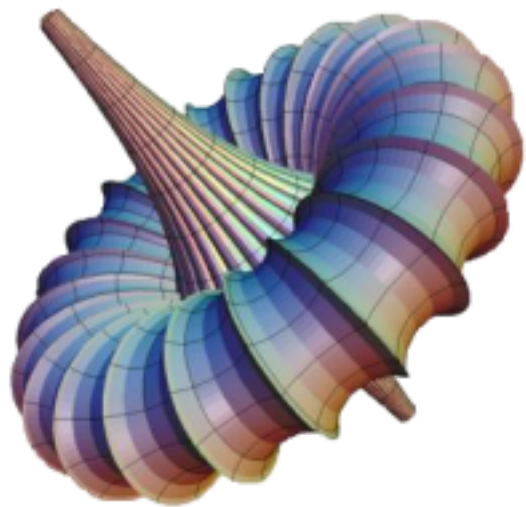
3D-XplorMath

酒井 高司 (東京都立大学理学研究科)

1 What is 3D-XplorMath ?

ここで紹介する 3D-XplorMath (以下 3DXM と略) は Richard Palais 氏 (米 Brandeis 大学) と Hermann Karcher 氏 (独 Bonn 大学) という二人の数学者によって開発されている Macintosh コンピューター[†] 上で動作する数学的可視化プログラムです。

今日コンピューター技術の進歩により強力な計算能力を安価に手に入れることができるようになりました。純粋数学の分野においてもまたその恩恵を受けることができます。特にコンピューターグラフィックスを用いて様々な数学的対象物の様相を視覚化することは、それらの幾何学的なイメージを捕らえるのに大変有効です。グラフィックスを描くためには Mathematica, Maple, MATLAB などの汎用数式処理システムを使うこともできますし、GeomView, Oorange, CMCLab といったグラフィックス機能に特化した優れたプログラムもたくさん開発されています。しかし、これらのソフトウェアを使いこなすためにはある程度の経験とプログラミングの知識が必要となりますので、興味があっても気軽に始められない人が多いのではないかと思います。



3DXM はだれでも簡単にグラフィックスによって様々な数学的対象の具体的な様相を視覚的にとらえることができることを目的として開発されています。「数学的な内容には興味があるけれどコンピューターの扱いはちょっと…」と言う方でも簡単に利用できますので、是非一度この 3DXM を体験してみてください。

3DXM の現在のバージョンにはおよそ 200 種類のオブジェクトのデータが既に組み込まれていて、平面・空間曲線、曲面、共形写像、多面体、微分方程式、波動、フラクタルのカテゴリーに分類して配置されています。ユーザーはプルダウンメニューからこれらを選択するだけでグラフィックスを表示させ、マウスを使って回転させて任意の視点から観察することができます。また、各オブジェクトにはそれぞれ利用の仕方と数学的な解説が書かれたドキュメントが用意されており、ドキュメントを読みながらグラフィックスを見ることによってより理解を深めることができます。解説文を読みながら作品を観賞すると言う意味で言えば「数学の博物館」と言ったところでしょうか。さらに、3DXM は単なるグラフィックスの観賞用ソフトではなく、パラメーターを変更することによってグラフィックスを変形させたり、様々な実験を試みることができます。また User Defined

[†]残念ながら現在は Macintosh 用のプログラムしか用意されていません。その他のプラットフォームの方は後半の「Java 版プロジェクト」を参照してください。

という項目において自分で新しいオブジェクトを定義することもできます。これらの機能はユーザーの数学の能力に応じて様々な可能性を提供します。

このように 3DXM は学生の自習用から授業やプレゼンテーション、さらには研究用途まで、様々な場面に活用することができるプログラムです。気軽に始められますので是非みなさんも利用してください。

Enjoy exploring mathematics !!

2 How to get

3D-XplorMath は無料で配布されています！プログラムは米 Brandeis 大学にあるウェブサイト

<http://rsp.math.brandeis.edu/3D-XplorMath/>

からダウンロードすることができます。現在のバージョンは 10.1 です。ディスクイメージ (.dmg) と Stuffit 形式 (.sit) のファイルが用意されていますので、自分の環境に合わせてダウンロードしてください。また、下のミラーサイトからもダウンロードすることができます。

東京都立大学 (日本) : <http://tmugs.math.metro-u.ac.jp/s-3dxm/> (日本語)

国立台湾大学 (台湾) : <http://www.math.ntu.edu.tw/3D-XplorMath/>

Bonn 大学 (ドイツ) : <http://www.math.uni-bonn.de/people/palais/>

Marseille 大学 (フランス) : <http://hermes.univ-mrs.fr/~3DXM/>

Adelaide 大学 (オーストラリア) : <http://www.maths.adelaide.edu.au/~3D-XplorMath/>

3 How to use

3DXM は操作性を重視して設計されており、使い方についてはほとんど説明の必要がないかと思われませんが、ここで簡単なチュートリアルとこのソフトウェアの機能について説明したいと思います。最初は以下のステップ 1) ~ 3) で予めデータが入力されているオブジェクトを觀賞するだけで十分です。慣れてきたらパラメータを変更したり自分で新しいオブジェクトを定義するなどしていろいろな実験を試みてください。

0) ダウンロードから起動まで

3DXM は Mac OS 9 以降で動作します。まず、ディスクイメージをダウンロードした場合はそれをマウントしてください。OS 9 の場合は Stuffit ファイルをダウンロードして解凍してください。どちらの場合も作成された 3D-XplorMath というフォルダの中にある 3D-XplorMath を開くとプログラムが起動します。

1) カテゴリーを選択する

プログラムが起動した時点では Surfaces カテゴリーがデフォルトで選択されていて、Category メニューによって他のカテゴリーに移動することができます。新しいカテゴリーを選ぶと、右隣のメニューがそのカテゴリーの名前に変わります、これをメインメニューと呼ぶことにします。Documentation メニューには About This Category (ATC) という項目があります。これを選択すると現在のカテゴリーのプログラムの特徴と数学的な解説が書かれたドキュメントが開きます。そ

のカテゴリのオブジェクトを視覚化するためにどのような機能が用意されているか、またこれらの機能をどのように呼び出すかなどが解説されています。

2) メインメニューからオブジェクトを選択する

例えば現在のカテゴリが Surfaces であるなら、Surface メニューから Paraboloid, Hyperboloid, Monkey Saddle, Whitney Umbrella などのオブジェクトまたは Non-orientable, Pseudospherical, Minimal などのサブメニューの中からオブジェクトを選んでください。これだけで選択したオブジェクトのデフォルトの視点から見たグラフィックスを表示させることができます。マウスでドラッグすることによりグラフィックスを回転させることができ、ドラッグ中にマウスボタンをはなすとオブジェクトは回転を続けます。また、Shift を押さえながらグラフィックスを上下にドラッグすることによりズームイン・ズームアウトさせることができます。

オブジェクトの1つを選ぶ代わりに、メインメニューから User Defined を開いて自分でオブジェクトを作成することもできます。作成したオブジェクトは File メニューから Surface Data というファイル形式で保存できます。また、グラフィックスは PICT, JPEG, PNG の画像形式として保存することもできます。

3) ATO (About This Object) を読む

メインメニューからオブジェクトを開いたら、次に Documentation メニューから About This Object (ATO) を選択してみてください。現在開いているオブジェクトについて詳しい解説が書かれたドキュメントファイルが開きます。オブジェクトによってはまだ十分な解説文が用意されていないものもありますが、少なくともそのオブジェクトを定義している数式等のデータは表示されます。今後より詳しい解説が順次追加されていく予定です。ATO を見れば、そのオブジェクトの定義がどのようにパラメーター aa, bb, ..., ii に依存しているかが分かります。これはパラメーターを変更したときどのようにグラフィックスが変化するか、またアニメーションを作成する際にどのように設定すればよいのかを知るために必要な情報となります。

4) 設定を変更してみる

Settings メニューでは様々なパラメーターをデフォルト値から変更してオブジェクトの形やスケールを変えることができます。例えば、Set Parameters において ATO で説明されているオブジェクトを定義しているパラメーター aa, bb, ..., ii の設定を変更することができます。Set Light Sources では光源の方向や色、質感などを細かく設定することができます。他にも Settings メニューでは曲面を二つの変数 u, v によって変数表示したとき、これらの変数の範囲やプロットする間隔などを設定することができます。また、微分方程式 (ODE) や Wave カテゴリでは、初期条件を変更したり、Runge-Kutta 法によって解を数値的に計算する際のステップサイズを設定することができます。Settings メニューで変更を行った後は、変更を反映させるため Action メニューから Create を選択して下さい。

View メニューではグラフィックスの表示の仕方についてオプションの中から選択することができます。例えば、座標軸を表示させるか否か、曲面の向きをどうするか、曲面の色や背景色をどうするか、ワイヤーフレーム表示にするかパッチを張って表示するかなどを設定することができます。曲面の色については Action メニューの Surface Coloration と組み合わせることによって多彩な表現ができます。

View メニューから Stereo Version を選択することにより空間曲線、曲面、多面体、3次元微分方程式の解軌道などの3次元のオブジェクトをステレオグラフィック表示させることができます。左右に赤と青のフィルムを張ったステレオメガネを使うとオブジェクトを立体的に見ることがで

きます。特に空間曲線や3次元微分方程式の解軌道などは曲線を2次元のディスプレイに射影して表示しただけでは立体的に捉えることは難しいのでこのステレオ表示の機能が大変役に立ちます。

5) アニメーション

いくつかのカテゴリにおいてはオブジェクトを時間とともに変形させるアニメーションを作成することができます。AnimateメニューからMorph, cyclic Morph, Rotate, Oscillateのいずれかを選択すると設定に従ってアニメーションのためにパラメーターを動かしながらグラフィックスの作成を始めます。作成が終わると自動的にアニメーションの再生を始めます。再生を中止するにはEscapeキーをタイプするか、グラフィックスをマウスでクリックしてください。また、スペースキーを押さえると再生は一時停止します。初期設定では再生速度は最速に設定されていますので、スペックの高いマシンでは速過ぎるかもしれません。再生中に右キーを押すと再生速度が遅くなり、左キーを押すと速くなります。

デフォルトの変形のパラメーターは幾何学的に興味深いと思われるものが設定されていますので、まずはデフォルトの変形を試してみるとよいでしょう。他の変形についてはATOで説明されていますので参考にして下さい。SettingsメニューのSet Morphingでは動かすパラメーターを設定してオブジェクトの変形のさせ方を決めることができます。またSet Number of Framesではアニメーションのフレーム数を設定することができます。さらに、AnimateメニューにはGrand Tourというサブメニューがあります。この機能では任意のグラフィックスのスナップショットを一枚一枚撮ってアニメーションとして再生することができます。

作成したアニメーションは“Save Animation as Movie...”を選択することによりQuickTimeムービーとして保存することができます。複雑なオブジェクトのアニメーションを作成するにはとても時間がかかりますが、一度作成したものをQuickTimeムービーとして保存しておけば次回からはすぐに再生できるようになります。また、QuickTimeムービーはUnixやWindowsなどといった他のプラットフォームの形式に簡単に変換することができるというのもこの機能の利点です。ごく短いムービーでも数100KBのファイルサイズになってしまいますが、最近のパソコンのディスク容量からすればこれも問題にはならないでしょう。QuickTimeムービーはたくさんのムービープレーヤーで再生することができます。3DXMに組み込まれたプレーヤーもあり、Fileメニューの“Open Movie...”から開くことができます。

7) データのエクスポートと変換

3DXMではSurface Dataという形式で曲面のデータを保存できます。このSurface DataファイルをMATLAB, Mathematica, POVRay用のデータに変換するためのプログラムが作成されており、これらのプログラム群は3DXMのダウンロードページにおいて3DXMExportImport.sitというファイルで公開されています。

- **MATLAB:** MATLAB M-files フォルダにあるSurfWrite.mを使うことによってMATLABの曲面をSurface Dataファイルとして出力することができます。また、Surface DataファイルをMATLABで開くためには、MATLABのコマンドラインにPlotMySurface;と入力し、開いたダイアログで見たい曲面のSurface Dataファイルを選択してください。
- **Mathematica:** 3DXM2MMa フォルダにあるXplorMathConvert.mはSurface Dataファイルのコードを読み込むためのMathematica用のパッケージです。また、同じフォルダ内にあるMathematica ノートブックファイル3DXM2Mma_examples.nbにはMathematicaでのSurface Dataファイルの使い方の説明と例が書かれています。

詳しい使い方については 3DXMExportImport のドキュメントを参照してください。

4 Documentation

3DXM に含まれているドキュメントには二種類あって、一つはソフトウェアの特徴や操作方法などが書かれた標準的なドキュメントです。基本的なものは Documentation メニューの Quick Help から見ることができます。その中で”Once Over Lightly”と”Getting Started”は軽く目を通しておくとい良いでしょう。また、HTML 形式のドキュメントも用意されています。これらのドキュメントは 3DFSdocs というフォルダに配置されています。

一方で、教育的な見地から 3DXM は数学的な内容を重視していますので、先に説明したように各カテゴリーとオブジェクトごとに ATC と ATO という数学的な解説が付けられています。これらのファイルも 3DFSdocs フォルダに PDF 形式で保存されています。時にグラフィックスからは多くの言葉や数式による説明よりも多量の情報を読み取ることができます。しかし、グラフィックスを眺めただけではそのオブジェクトの持つ数学的な意味を理解するのは困難です。オブジェクトの定義と数学的な特徴付けを説明したドキュメントとともに見ることによってより深い理解を得ることができます。特に 3DXM に含まれている ATC と ATO はそれぞれの分野の専門家によって書かれた優れた解説文です。3DXM の真の価値はこれらのドキュメントにあると言っても過言ではないでしょう。

また、Documentation メニューから呼び出すことができるドキュメントは自分で追加することができます。3DXM のフォルダの中にある USERDocs というフォルダにファイルを置くと Documentation メニューの中の User Topics からそのファイルを開けるようになります。テキスト形式だけでなく PDF ファイルや JPEG などの画像ファイル、QuickTime ムービーも開けます。また、USERDocs フォルダにサブフォルダを作ると User Topics メニューにサブメニューとして追加されます。USERDocs フォルダに配置するのは alias でも同じ働きをします。この機能を用いると授業やプレゼンテーションの際、関連したファイルをスムーズに呼び出すことができます。

5 Further informations and links

3DXM は Richard Palais 氏と Hermann Karcher 氏によって開発されました。現在はプロジェクトに賛同する数学者とプログラミングの専門家が 3DFS コンソーシアム[‡]を組み、ボランティアでその開発と普及に協力しています。

2) Java 版プロジェクト

3DXM は現在 Macintosh 用のプログラムしか用意されていません。様々なプラットフォームで動作できるように Java 版を作成する計画がコンソーシアムのメンバー David Eck 氏を中心に進められています。Surfaces カテゴリーのオブジェクトについては、その一部の機能が既に Java に移植されており、Java アプレットとして Web 上で利用することができます。

<http://rsp.math.brandeis.edu/3D-XplorMath/Surface/gallery.html>
アプレットではグラフィックスを回転させたりズームイン・ズームアウトなどをさせることができます。ATO も付属していますので How to use のステップ 1) ~ 3) と同等の利用ができます。Macintosh

[‡]この名称は 3DXM の前身となるソフトウェア 3D-Filmstrip からきています。

以外のコンピューターを使っている方は是非こちらを利用してください。また、Web上のギャラリーでは平均曲率一定曲面や代数曲面などまだ3DXMに追加されていない新しいオブジェクトも順次掲載されています。今後の開発の進展は3DXMのサイトで公開されますのでご期待ください。

3) 日本語版プロジェクト

3DXMにはたくさんの価値あるドキュメントが含まれていますが、それらはもちろん英語で書かれています。教育的な用途のためには是非とも日本語訳が必要です。現在、3DFSコンソーシアムのメンバーである東京都立大学のMartin Guest氏を中心としてドキュメントの日本語化のプロジェクトを進めています。すでにいくつかのドキュメントは筑波大学の守屋克洋氏と筑波大学の学生達によって日本語に翻訳されておりWeb上で公開されています。

<http://tmugs.math.metro-u.ac.jp/s-3dxm-j/>

新しいものができたら順次このページで公開していく予定です。

ファイルはPDF形式で配布していますのでそのまま利用することもできますし、3DFSdocsフォルダにある英語版のドキュメントと置き換えることによってDocumentationメニューから呼び出せるようにすることもできます。ここで少し注意していただきたいのですが、Webで公開している日本語訳はファイル名にスペースを入れられない環境の人に配慮してファイル名を少し変更してあります。3DFSdocsフォルダに日本語訳ファイルをコピーする際は対応するファイル名に変更してください。どのファイルに対応するかはすぐに分かると思います。また、USERDocsフォルダにコピーしてUser Topicsから開くようにすることもできます。こちらの方法のほうが簡単です。

4) リンク

- <http://tmugs.math.metro-u.ac.jp/>
<http://geom.math.metro-u.ac.jp/wiki/>
都立大学幾何サーバー (TMUGS)。都立大学における幾何関連の研究の情報と数学研究におけるコンピューターとネットワーク利用に関する情報を公開しています。また、併設されているWikiでは数学研究のためのソフトウェアの情報を収集しています。
- <http://xahlee.org/>
3DFSコンソーシアムのメンバー Xah Lee氏のホームページ。たくさんの可視化プログラムが紹介されています。

東京都立大学理学研究科 酒井 高司
tsakai@comp.metro-u.ac.jp